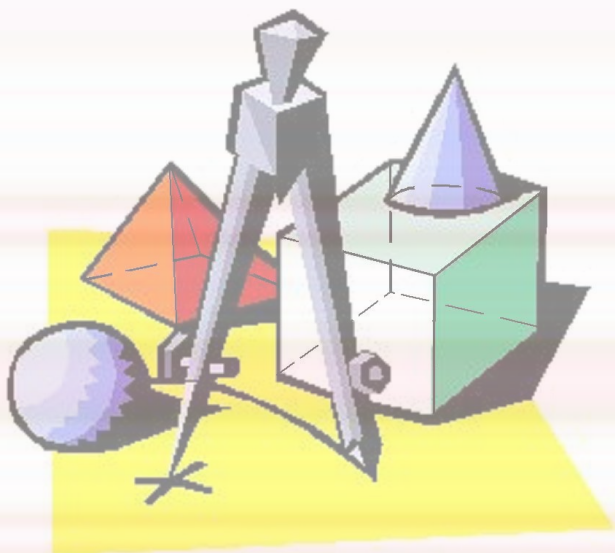


Методические материалы
по курсу «Начертательная геометрия»
для работы со студентами
Института авиатехники (поток №2)

Лекция № 11. МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ. МЕТОД ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



Составитель Н.В. Савченко

Метрическими называются задачи, в которых определяются характеристики геометрических объектов, измеряемые линейными и угловыми величинами.

Метрические задачи

Определение расстояний
между геометрическими
фигурами

- от точки до прямой
- между прямыми (параллельными или скрещивающимися)
- от точки до плоскостью или поверхности
- между параллельными плоскостями

Определение
действительных
величин плоских фигур
и углов наклона

- действительной величины плоской фигуры
- угла между прямыми (пересекающимися или скрещивающимися)
- угла между прямой и плоскостью
- угла между двумя плоскостями

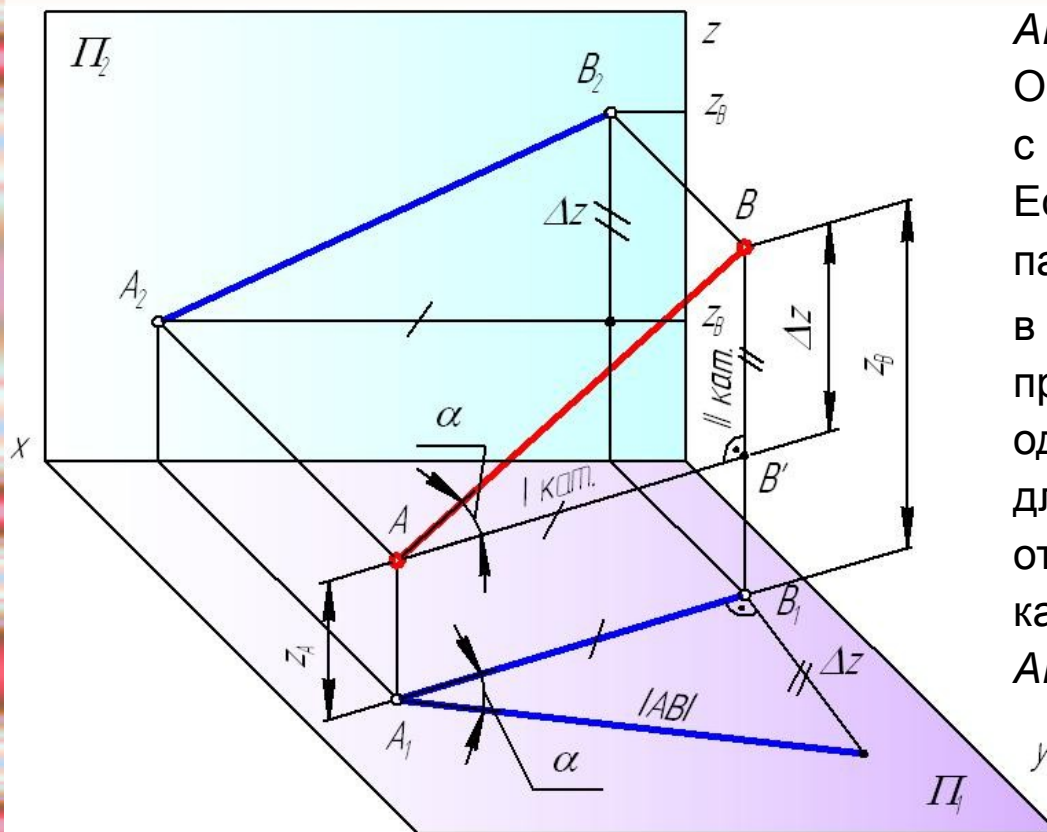
Построение
в плоскости
геометрических фигур
заданных размеров

МЕТОД ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Методом прямоугольного треугольника находится зависимость длины проекции отрезка от его истинной величины.

Этим методом определяется длина отрезка прямой общего положения и углы наклона его к плоскостям проекций.

Также он является составной частью алгоритма решения более сложных метрических задач



AB — отрезок прямой общего положения. Он проецируется на плоскости проекций с искажением.

Если через точку A провести линию, параллельную плоскости Π_1 , в пространстве будет построен прямоугольный треугольник ABB' , один из катетов которого (AB') равен длине горизонтальной проекции отрезка, а угол между отрезком и этим катетом является углом наклона отрезка AB к горизонтальной плоскости проекций.

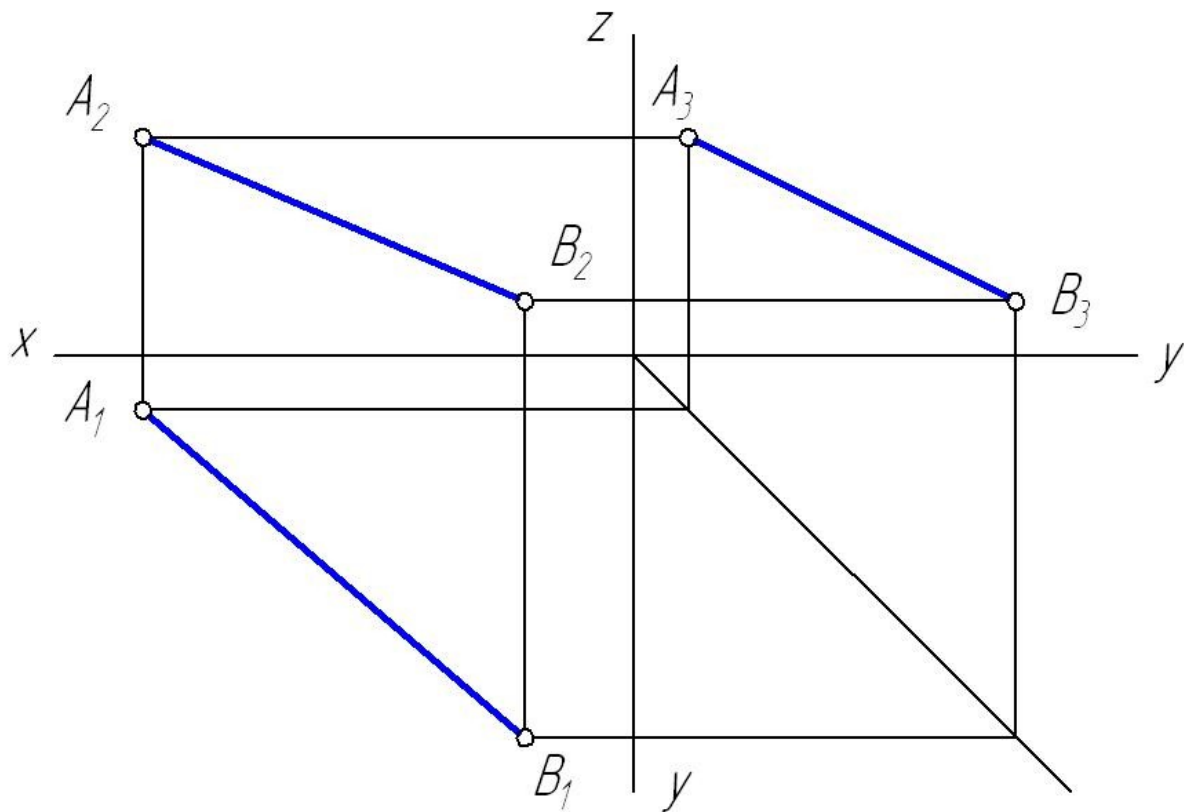
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BB'}{AB'} = \frac{BB_1 - B'B_1}{AB'} = \frac{z_B - z_A}{A_1B_1}$$

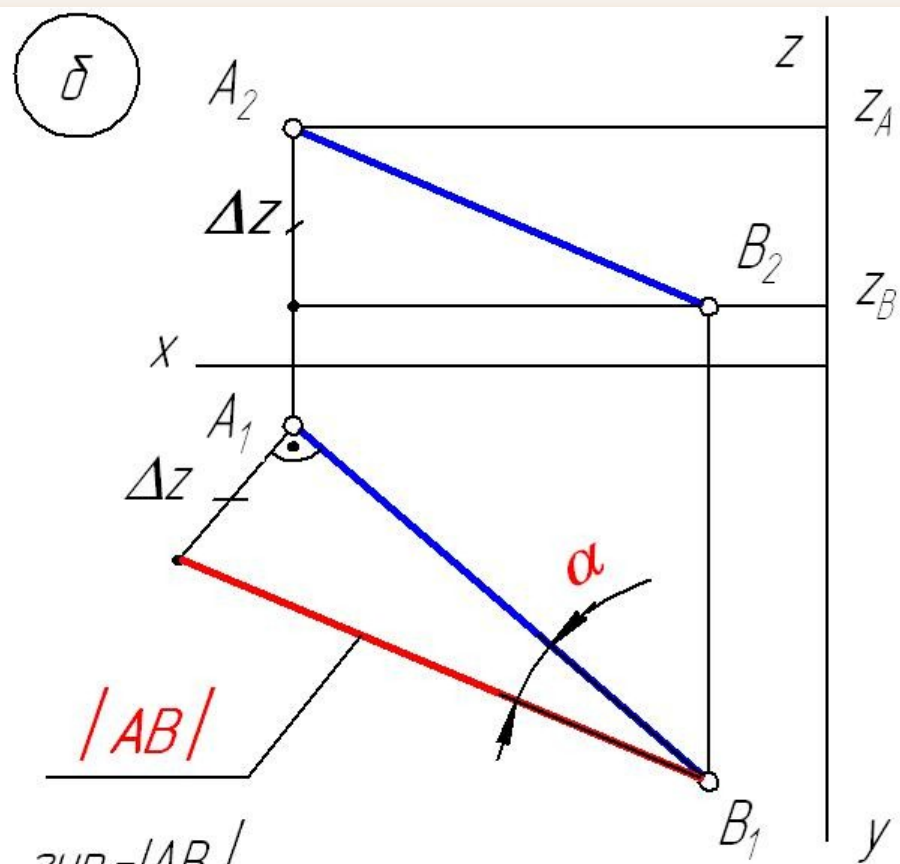
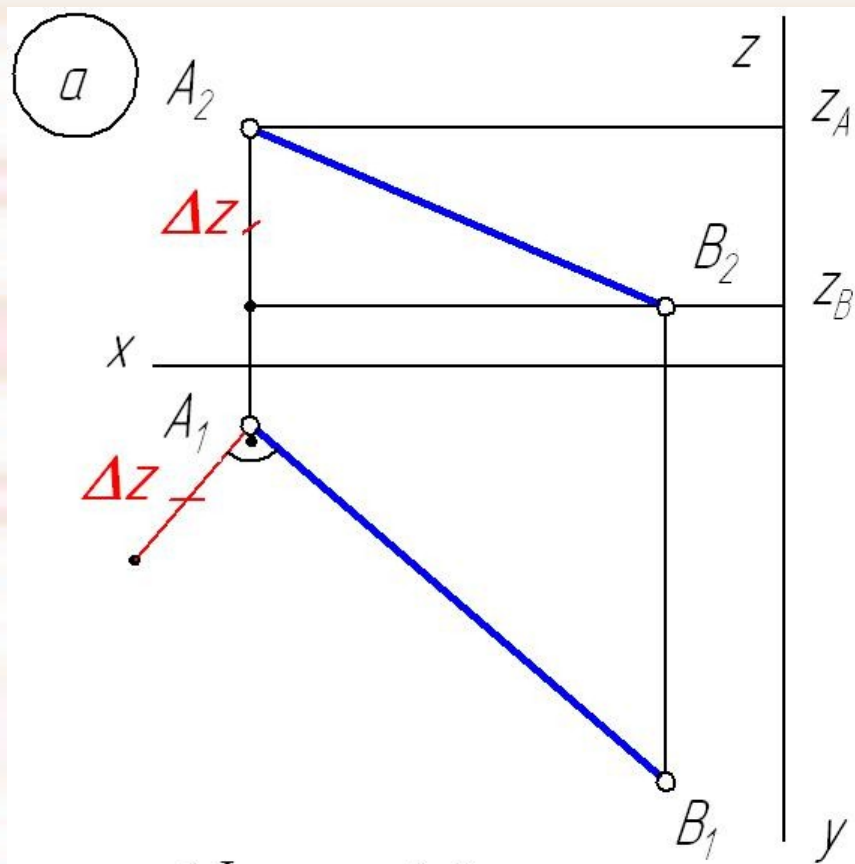
Составные части прямоугольного треугольника, строящегося на КЧ

1. **Первый катет** равен проекции отрезка на плоскости проекций
2. Под прямым углом к первому катету (из проекции любого конца отрезка) проводится луч, на котором откладывается **длина второго катета**, равная разности расстояний от концов отрезка до данной плоскости проекций.
3. **Гипотенуза** равна длине заданного отрезка.
4. **Угол наклона** отрезка к той или иной плоскости проекций равен углу между гипотенузой – натуральной величиной и катетом – проекцией на эту плоскость проекций.

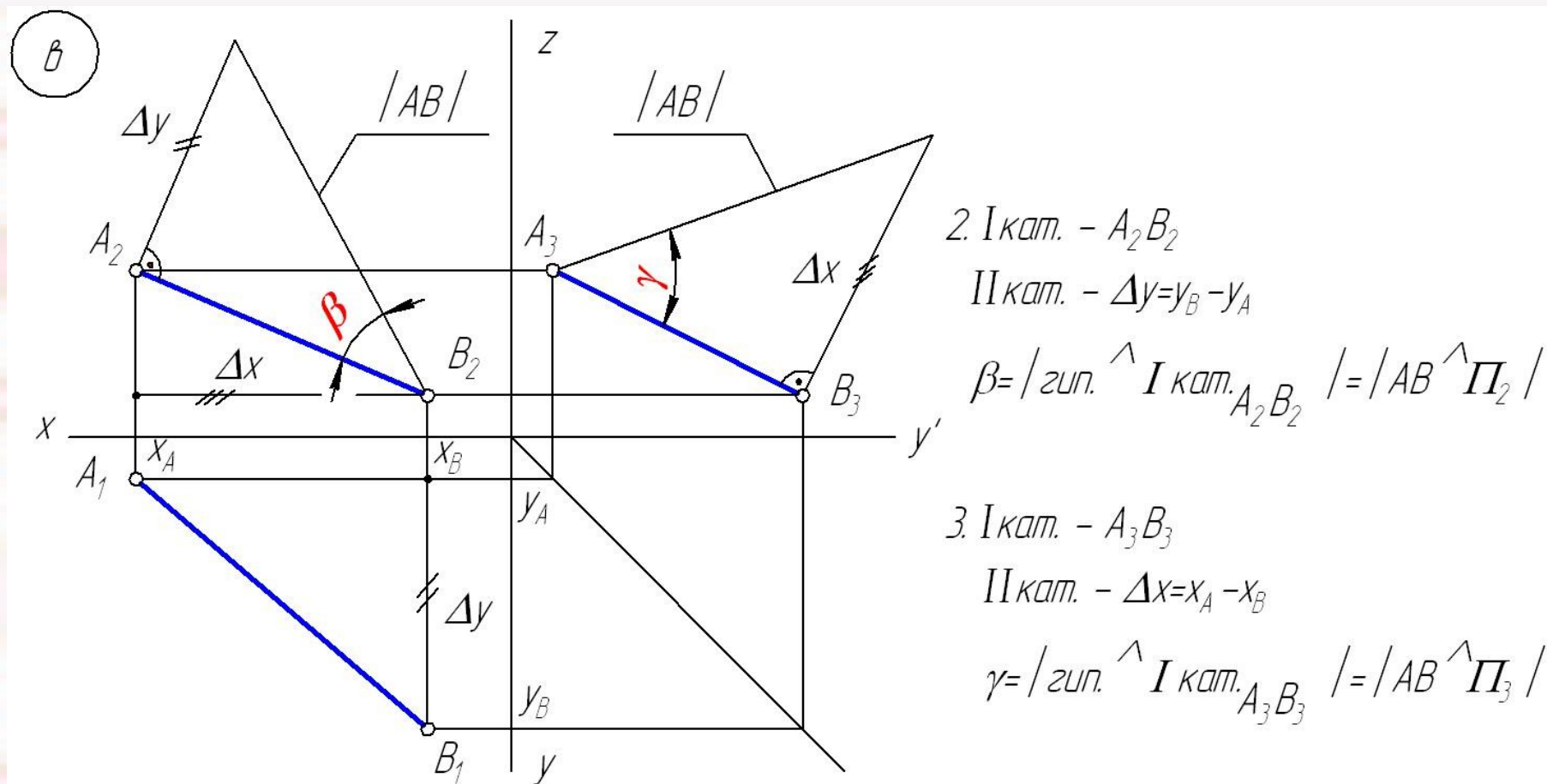
Пример. Определить длину отрезка прямой общего положения и углы наклона его к плоскостям проекций

Дано:
[AB]
1. $|AB|$
2. α, β, γ





При определении угла наклона отрезка к горизонтальной плоскости проекций прямоугольный треугольник строится на базе горизонтальной проекции отрезка

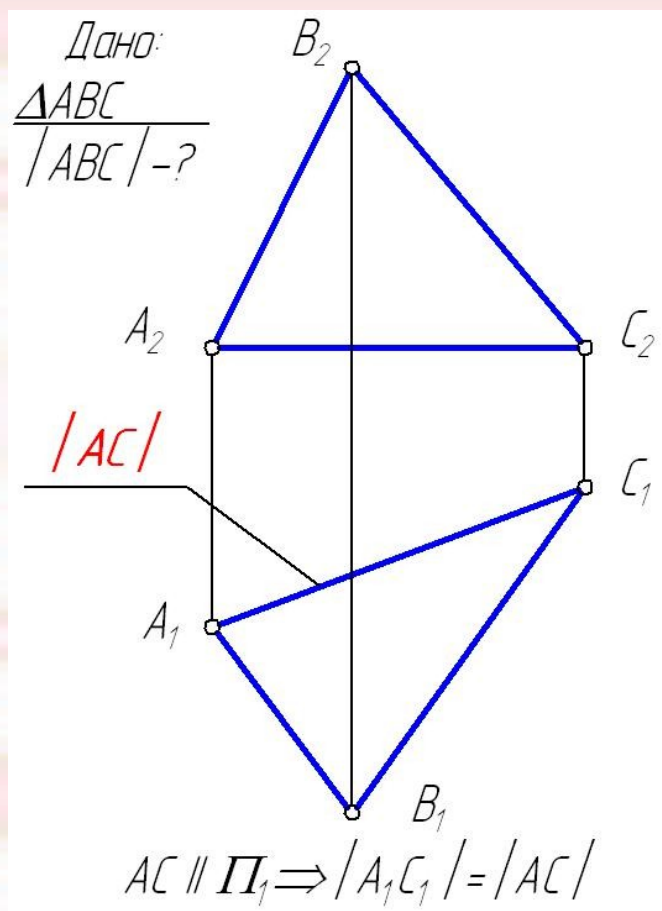


При определении угла наклона отрезка к фронтальной плоскости проекций прямоугольный треугольник строится на базе фронтальной проекции отрезка.

При определении угла наклона отрезка к профильной плоскости проекций прямоугольный треугольник строится на базе профильной проекции отрезка

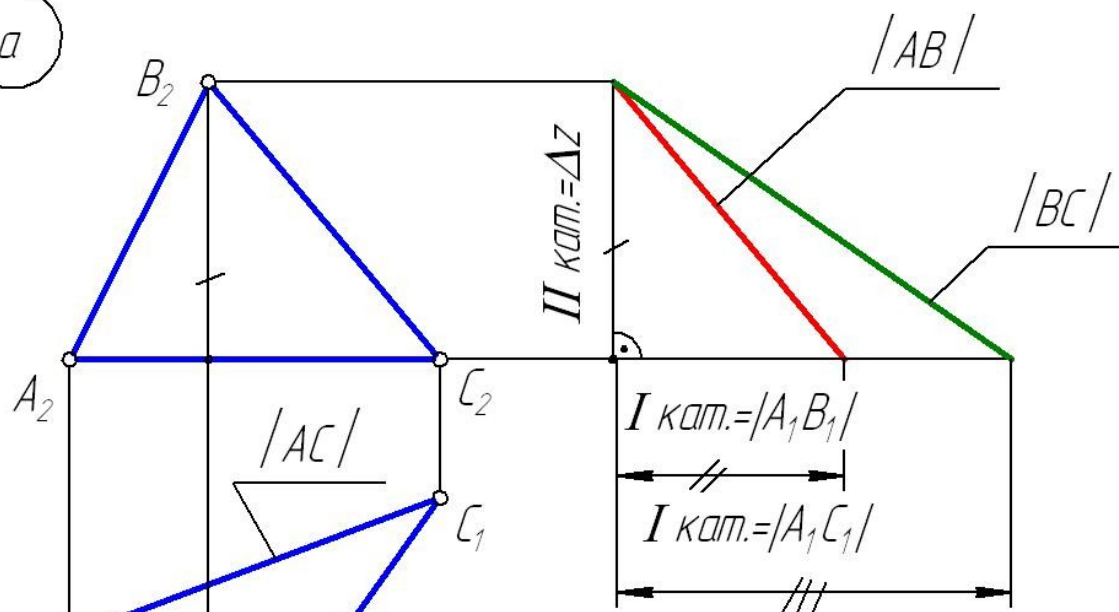
Применение метода прямоугольного треугольника при решении других метрических задач

Пример. Определение натуральной величины треугольника ABC.



Для определения натуральной величины треугольника необходимо знать длину каждой его стороны. В данном случае необходимо найти только длины сторон AB и BC , т.к. отрезок AC параллелен горизонтальной плоскости проекций и проецируется на нее в натуральную величину.

a



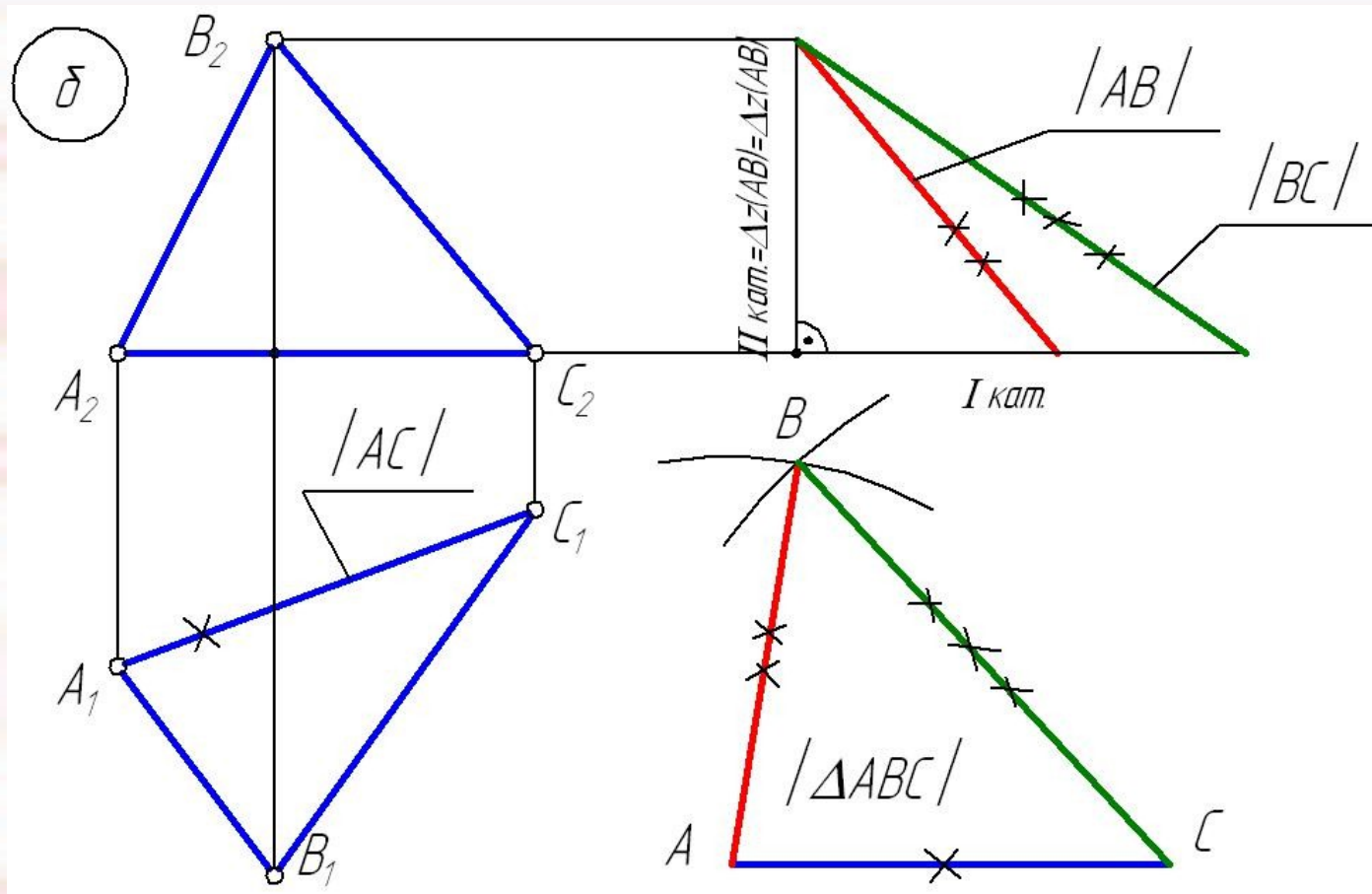
$$\left. \begin{array}{l} \Delta z(AB) = z_B - z_A \\ \Delta z(BC) = z_B - z_C \\ z_A = z_C \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta z(AB) = \Delta z(BC) = \Delta z$$

$$\begin{array}{ll} |AB|: & |BC|: \\ II \text{ кат. } \Delta z & II \text{ кат. } \Delta z \\ I \text{ кат. } |A_1B_1| & I \text{ кат. } |B_1C_1| \end{array}$$

Т.к. точки А и С располагаются на одинаковом расстоянии от горизонтальной плоскости проекций, стороны AB и BC имеют одинаковую величину II-го катета (разницу расстояний от концов отрезка до горизонтальной плоскости проекций).

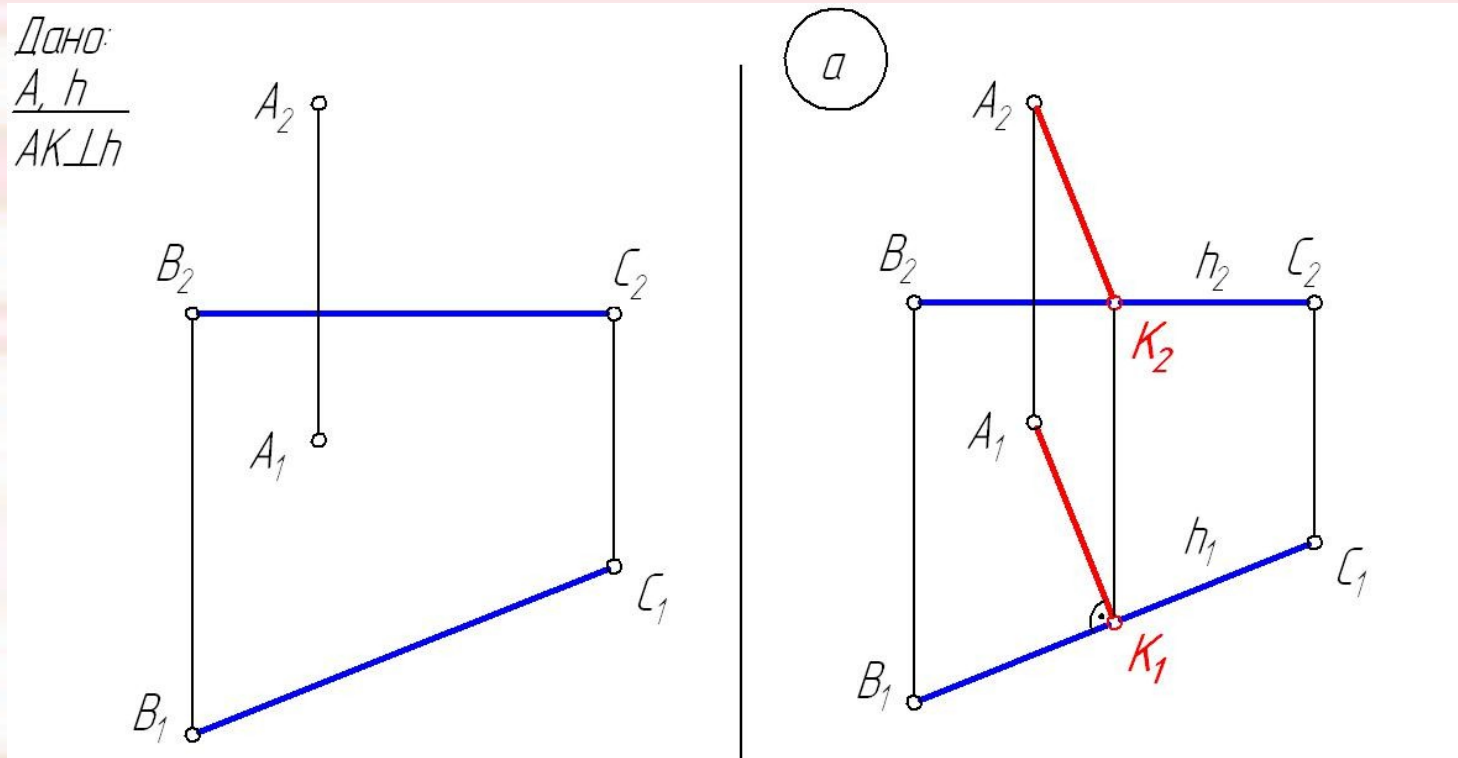
Общий катет чертится в стороне от КЧ, а к нему пристраиваются под прямым углом I-е катеты (длины горизонтальных проекций).

Полученные гипотенузы прямоугольных треугольников равны длинам сторон AB и BC .



Натуральная величина заданного треугольника строится в стороне методом засечек

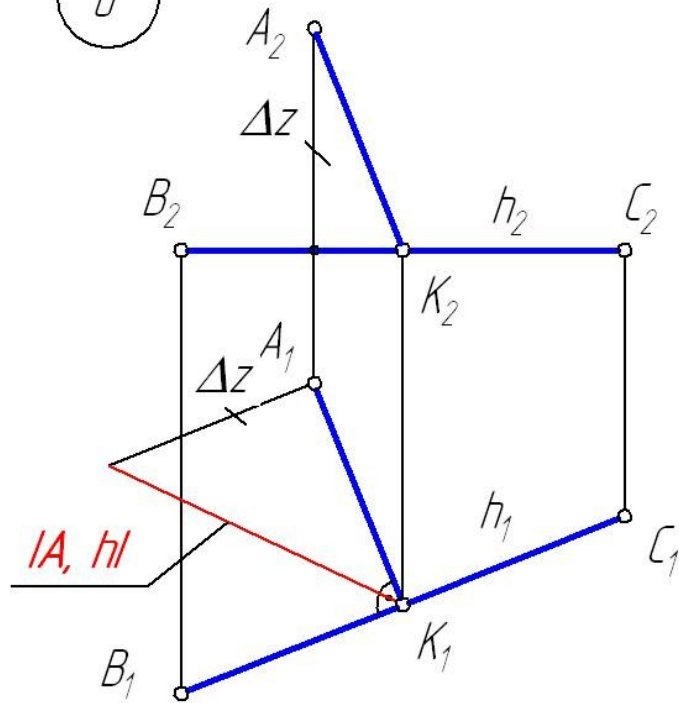
Пример. Определение расстояния от точки до горизонтали



Данная задача решается в два этапа:

1. Т.к. кратчайшим расстоянием от точки до прямой является перпендикуляр, необходимо через точку A провести прямую, перпендикулярную горизонтали h . При этом на КЧ прямой угол проецируется без искажения на горизонтальную плоскость проекций (рис. а)

δ



1. $AK \perp h(BC), h \parallel \Pi_1 \Rightarrow A_1K_1 \perp h_1$

2. $|A, h| = |AK|$:

$I \text{ кат.} = |A_1K_1|$

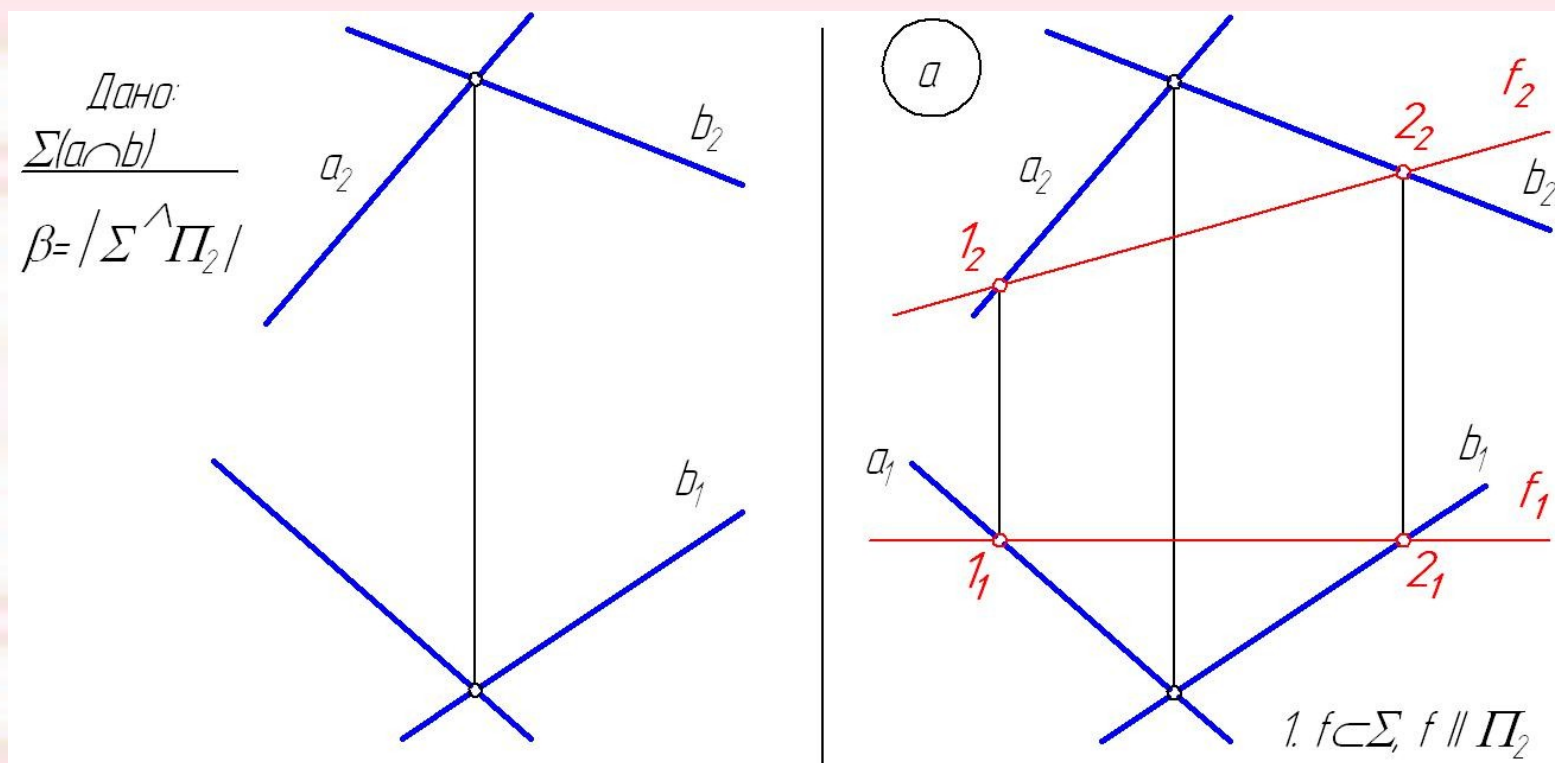
$II \text{ кат.} = \Delta z = z_A - z_K$

2. Отрезок AK равен расстоянию от заданной точки A до прямой h . Он принадлежит прямой общего положения и его длина определяется с помощью метода прямоугольного треугольника

При определении длины отрезка прямоугольный треугольник можно строить на любой плоскости проекций. В данном примере в качестве первого катета выбрана горизонтальная проекция отрезка, тогда второй катет равен разности расстояний от концов отрезка до горизонтальной плоскости проекций. Гипотенуза равна длине отрезка, а, следовательно, расстоянию от точки A до горизонтали.

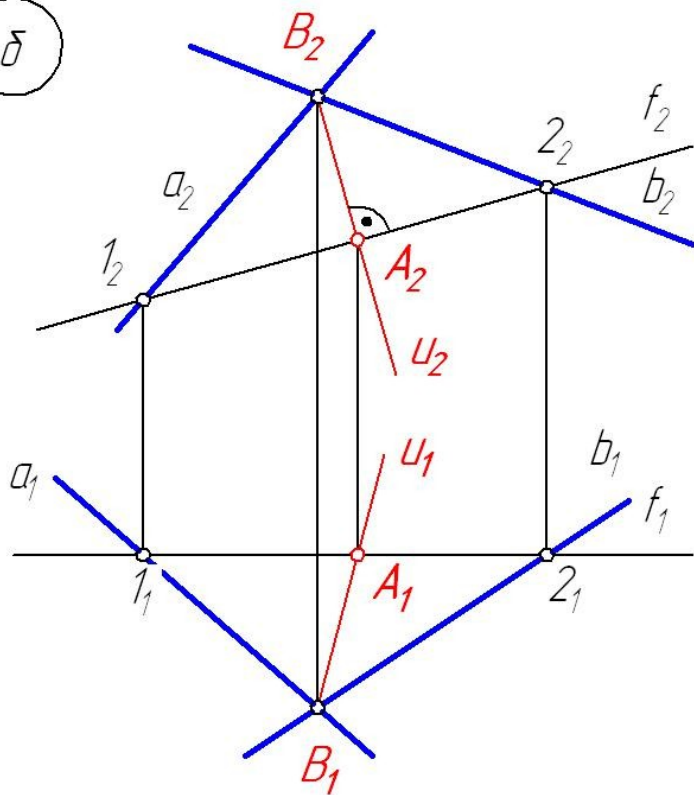
Пример. Определение угла наклона плоскости общего положения к фронтальной плоскости проекций.

Угол между линией наибольшего наклона и плоскостью проекций равен углу наклона самой плоскости к этой плоскости проекций.



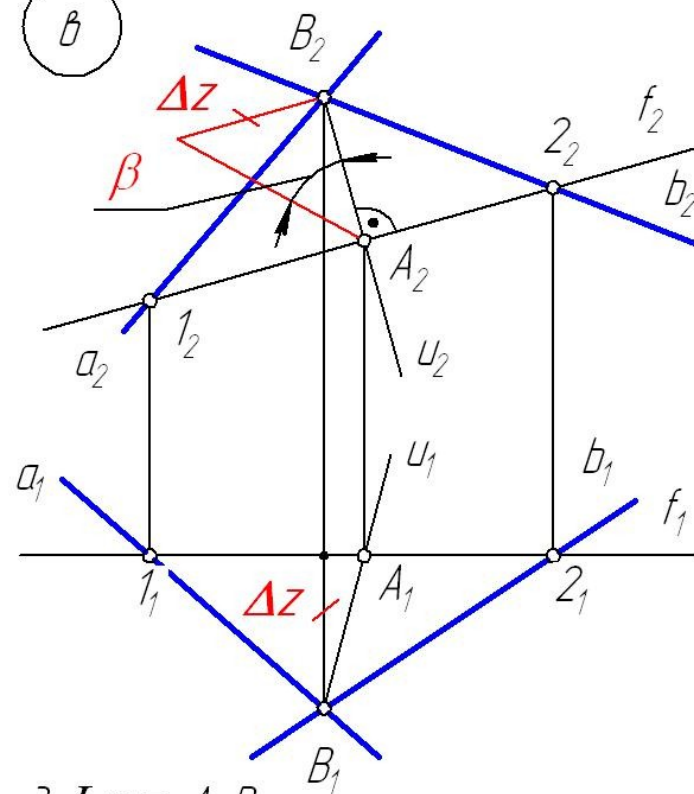
Угол наклона плоскости к фронтальной плоскости проекций – угол наклона линии наибольшего наклона u , перпендикулярной фронтали плоскости.

(δ)



2. u - л.н.н. к $\Pi_1 \Leftarrow u(A,B) \subset \Sigma, u \perp f (u_2 \perp f_2)$

(θ)



3. I кат. A_2B_2

II кат. $\Delta y = y_B - y_A$

$\beta = |u(AB) \wedge \Pi_2| = |\Sigma \wedge \Pi_2|$